

模块二 随机事件的概率、事件的独立性 (★★☆)

内容提要

本节包括事件的关系和运算、古典概型、概率的基本性质、事件的独立性，相关概念较多，先进行梳理。

1. 事件的关系和运算

事件的关系或运算	含义	符号表示
包含	若 A 发生，则 B 必然发生	$A \subseteq B$
并事件（和事件）	A 与 B 至少有一个发生	$A \cup B$ 或 $A + B$
交事件（积事件）	A 与 B 同时发生	$A \cap B$ 或 AB
互斥（互不相容）	A 与 B 不能同时发生	$A \cap B = \emptyset$
互为对立	A 与 B 有且仅有一个发生	$A \cap B = \emptyset$ 且 $A \cup B = \Omega$

2. 古典概型：满足①样本空间的样本点只有有限个，②每个样本点发生的可能性相等这两个特征的试验

称为古典概型试验，其数学模型称为古典概型。在古典概型中，事件 A 发生的概率 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ ，其中 $n(A)$

表示事件 A 包含的样本点的个数， $n(\Omega)$ 表示样本空间 Ω 包含的样本点个数。

3. 概率的基本性质

①对任意事件 A ，都有 $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

②必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0，即 $P(\Omega) = 1$ ， $P(\emptyset) = 0$ 。

③互斥事件的概率加法公式：若事件 A 与事件 B 互斥，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

④若事件 A 与事件 B 互为对立事件，则 $P(A) = 1 - P(B)$ ， $P(B) = 1 - P(A)$ ，事件 A 的对立事件一般记作 \bar{A} 。

⑤若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$ 。

⑥设 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 - P(\bar{A}\bar{B})$ 。

注：以上公式都可用集合中的 Venn 图来理解。

4. 事件的独立性：对任意两个事件 A 和 B ，若 $P(AB) = P(A)P(B)$ ，则称事件 A 与事件 B 相互独立。当事件 A 与 B 独立时， \bar{A} 与 B ， A 与 \bar{B} ， \bar{A} 与 \bar{B} 也都相互独立。

典型例题

类型 I：古典概型

【例 1】从 2, 3, 4, 5, 6 这 5 个数中随机取 3 个不同的数，则可用这 3 个数作为三角形的三边长的概率是_____。

解析：由于是否构成三角形必须一一验证，故直接列出样本空间中的样本点，

由题意，样本空间 $\Omega = \{(2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)\}$ ，

记选出的 3 个数能作为三角形的三边长为事件 A ，能作为三角形三边长即较小的两数之和大于最大的数，

所以 $A = \{(2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)\}$ ，故 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{10}$ 。

答案： $\frac{7}{10}$

【反思】当必须一一验证样本点是否在事件 A 中时，直接列出样本空间中的样本点，再逐个分析。

【变式 1】在“2, 3, 5, 7, 11, 13”这 6 个素数中, 任取 2 个不同的数, 这两数之和仍为素数的概率是_____.

解法 1: 素数是指大于 1 的自然数中, 除了 1 和它本身以外不再有其他因数的自然数, 两数之和是否仍为素数必须一一验证, 故列出样本空间中的样本点,

样本空间 $\Omega = \{(2,3), (2,5), (2,7), (2,11), (2,13), (3,5), (3,7), (3,11), (3,13), (5,7), (5,11), (5,13), (7,11), (7,13), (11,13)\}$,

记选出的两数之和仍为素数为事件 A , 则 $A = \{(2,3), (2,5), (2,11)\}$, 所以 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

解法 2: 本题也可不罗列样本空间, 因为若取到 2 个奇数, 则和必为偶数, 不是素数, 所以必定为 1 奇 1 偶, 故 2 必须取, 只需看另一个奇数可以为哪些,

由题意, $n(\Omega) = C_6^2 = 15$, 若选到的两数之和仍为素数, 则只能取到 2 和 3, 2 和 5, 2 和 11,

有 3 种情况, 故所求概率 $P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

答案: $\frac{1}{5}$

【变式 2】掷一枚质地均匀的骰子 2 次, 则向上的点数之和等于 6 的概率为_____.

解析: 概率模型为古典概型, 先算样本空间 Ω 包含的样本点个数,

由题意, 每次掷出的点数都有 6 种可能, 由分步乘法计数原理, $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$,

样本空间的样本点数较多, 罗列再一一检验较为繁琐, 故直接分析 A 有哪些样本点,

记向上的点数之和等于 6 为事件 A , 则 $A = \{(1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3)\}$, 所以 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.

答案: $\frac{5}{36}$

【例 2】袋中装有大小相同的 2 个白球和 5 个红球, 从中任取 2 个球, 则取到的 2 个球颜色相同的概率是 ()

(A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{10}{21}$ (D) $\frac{11}{21}$

解析: 可按古典概率公式 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ 来求概率, 且 $n(\Omega)$ 和 $n(A)$ 都可用排列组合方法计算, 无需罗列,

由题意, $n(\Omega) = C_7^2 = 21$, 记取到的 2 个球颜色相同为事件 A , 则 $n(A) = C_2^2 + C_5^2 = 11$, 所以 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{21}$.

答案: D

【例 3】某校进行“七选三”选课, 甲、乙两名学生都要从物理、化学、生物、政治、历史、地理和技术这 7 门课中选 3 门课程进行高考, 假设他们对这 7 门课程都没有偏好, 则他们所选课程中恰有 2 门相同的概率为 ()

- (A) $\frac{12}{35}$ (B) $\frac{13}{35}$ (C) $\frac{15}{28}$ (D) $\frac{13}{28}$

解析：样本空间包含的样本点数较多，考虑用排列组合的方法来求 $n(\Omega)$ 和 $n(A)$ ，

甲和乙都有 $C_7^3 = 35$ 种选法，所以 $n(\Omega) = 35 \times 35$ ，

若甲、乙所选课程中恰有 2 门相同，则可先从 7 门课中选 2 门，作为甲乙都选的课程，有 C_7^2 种选法，

再从余下的 5 门课程中选 2 门，分别安排给甲和乙，有 A_5^2 种方法，故共有 $C_7^2 A_5^2 = 21 \times 20$ 种选法，

由古典概率公式，所求概率 $P = \frac{21 \times 20}{35 \times 35} = \frac{12}{35}$ 。

答案：A

【例 4】从分别写有 1, 2, 3, 4, 5, 6 的 6 张卡片中无放回随机抽取 2 张，则抽到的 2 张卡片上的数字之积是 2 的倍数的概率为_____。

解析：本题的 $n(\Omega)$ 和 $n(A)$ 都可用排列组合方法计算，故不罗列，

记抽到的 2 张卡片上的数字之积是 2 的倍数为事件 A ，由题意， $n(\Omega) = C_6^2 = 15$ ，

而要使抽到的 2 张卡片上的数字之积是 2 的倍数，则至少应抽到 1 个偶数，

若抽到 1 奇 1 偶，则有 $C_3^1 C_3^1 = 9$ 种抽法；若抽到 2 偶，则有 $C_3^2 = 3$ 种抽法；

所以 $n(A) = 9 + 3 = 12$ ，故 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ 。

答案： $\frac{4}{5}$

【总结】在样本空间的样本点不多的情况下，可以采用罗列样本空间，再逐一检验样本点的方法计算古典概率；若样本点数较多，则考虑用排列组合的方法来处理；有时也可结合起来使用，样本点总数用排列组合方法算，而求概率的事件的样本点则一一罗列。

类型 II：互斥、对立、独立有关概念题

【例 5】分别掷两枚质地均匀的硬币，记“第一枚为正面”为事件 A ，“第二枚为正面”为事件 B ，“两枚结果相同”为事件 C ，则（ ）

- (A) A 与 B ， A 与 C 均相互独立 (B) A 与 B 相互独立， A 与 C 互斥
(C) A 与 B ， A 与 C 均互斥 (D) A 与 B 互斥， A 与 C 相互独立

解析：只要列出 A, B, C 的样本点，关系就清晰了，为了便于书写，用 1 表示正面，0 表示反面，例如，(1,0) 表示第一枚正面，第二枚反面，

由题意，样本空间 $\Omega = \{(1,1), (1,0), (0,1), (0,0)\}$ ，事件 $A = \{(1,1), (1,0)\}$ ， $B = \{(1,1), (0,1)\}$ ， $C = \{(1,1), (0,0)\}$ ，

所以 $A \cap B = \{(1,1)\} \neq \emptyset$ ， $A \cap C = \{(1,1)\} \neq \emptyset$ ，从而 A 与 B ， A 与 C 均不互斥，可排除 B、C、D，故选 A；

若要分析选项 A，可用相互独立的定义来验证， $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$ ， $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$ ，

因为 $P(AB) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4} = P(A)P(B)$, 所以 A 与 B 相互独立,

因为 $P(AC) = \frac{n(A \cap C)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4} = P(A)P(C)$, 所以 A 与 C 相互独立.

答案: A

【反思】①判断事件 A 和 B 是否相互独立, 就看它们是否满足 $P(AB) = P(A)P(B)$; ②判断事件 A 和 B 是否互斥, 就看 $A \cap B$ 是否为 \emptyset .

【变式 1】(2021·新高考 I 卷) 有 6 个相同的球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 从中有放回地随机抽取两次, 每次取 1 个球, 甲表示事件“第一次取出的球的数字是 1”, 乙表示事件“第二次取出的球的数字是 2”, 丙表示事件“两次取出的球的数字之和是 8”, 丁表示事件“两次取出的球的数字之和是 7”, 则 ()

(A) 甲与丙相互独立 (B) 甲与丁相互独立 (C) 乙与丙相互独立 (D) 丙与丁相互独立

解析: 因为是有放回地抽取两次, 所以每次都有 6 种结果, 故 $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$,

观察发现甲、乙、丙、丁的样本点不多, 故通过罗列它们的样本点, 结合古典概率公式求各自的概率,

事件甲 = $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$, 乙 = $\{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)\}$,

丙 = $\{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$, 丁 = $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$,

所以 $P(\text{甲}) = \frac{n(\text{甲})}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $P(\text{乙}) = \frac{n(\text{乙})}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, $P(\text{丙}) = \frac{n(\text{丙})}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$, $P(\text{丁}) = \frac{n(\text{丁})}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$,

接下来可利用内容提要第 4 点的独立事件定义式 $P(AB) = P(A)P(B)$ 来判断选项的两事件是否独立,

A 项, $\text{甲} \cap \text{丙} = \emptyset$, 所以 $P(\text{甲} \cap \text{丙}) = 0 \neq P(\text{甲})P(\text{丙})$, 从而甲与丙不独立, 故 A 项错误;

B 项, $\text{甲} \cap \text{丁} = \{(1,6)\}$, 所以 $P(\text{甲} \cap \text{丁}) = \frac{1}{36} = P(\text{甲})P(\text{丁})$, 从而甲与丁相互独立, 故 B 项正确;

C 项, $\text{乙} \cap \text{丙} = \{(6,2)\}$, 所以 $P(\text{乙} \cap \text{丙}) = \frac{1}{36}$, 而 $P(\text{乙})P(\text{丙}) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{36} = \frac{5}{216}$, 所以 $P(\text{乙} \cap \text{丙}) \neq P(\text{乙})P(\text{丙})$,

从而乙与丙不独立, 故 C 项错误;

D 项, $\text{丙} \cap \text{丁} = \emptyset$, 所以 $P(\text{丙} \cap \text{丁}) = 0 \neq P(\text{丙})P(\text{丁})$, 从而丙与丁不独立, 故 D 项错误.

答案: B

【变式 2】随着北京冬奥会的举办, 中国冰雪运动的参与人数有了突飞猛进的提升. 某校为提升学生的综合素养, 大力推广冰雪运动, 号召青少年成为“三亿人参与冰雪运动的主力军”, 开设了“陆地冰壶”、“陆地冰球”、“滑冰”、“模拟滑雪”四类冰雪运动体验课程. 甲、乙两名同学各自从中任意挑选两门课程学习, 设事件 $A =$ “甲、乙两人所选课程恰有一门相同”, 事件 $B =$ “甲、乙两人所选课程完全不同”, 事件 $C =$ “甲、乙两人均未选择陆地冰壶课程”, 则 ()

(A) A 与 B 为对立事件 (B) A 与 C 互斥 (C) A 与 C 相互独立 (D) B 与 C 相互独立

解析: 甲、乙各有 $C_4^2 = 6$ 种选法, 所以共有 $6 \times 6 = 36$ 种选法, 故 $n(\Omega) = 36$,

样本点个数较多，且不易罗列，故用排列组合的方法分析各事件的样本点情况，

A 项，当甲、乙选择的两门课都相同时， A 和 B 都不发生，所以 A 和 B 不对立，故 A 项错误；

B 项，若甲选陆地冰球和滑冰，乙选陆地冰球和模拟滑雪，则 A 、 C 同时发生，所以 A 、 C 不互斥，故 B 项错误；

C 项，先分析 A ， C ， $A \cap C$ 包含的样本点个数，

若事件 A 发生，则两人有 1 门课程相同，先把这 1 门选出来，有 C_4^1 种选法，另外 1 门不同，可从余下的 3

门课中选 2 门分别安排给甲和乙，有 A_3^2 种方法，所以 $n(A) = C_4^1 A_3^2 = 24$ ，故 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ ，

若事件 C 发生，则甲、乙两人各自都有 $C_3^2 = 3$ 种选法，所以 $n(C) = 3 \times 3 = 9$ ，故 $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ ，

若 $A \cap C$ 发生，则甲、乙都在除陆地冰壶外的 3 门课中选，且只有 1 门相同，可先把这门选出来，有 C_3^1 种

选法，余下的两门分别安排给甲和乙即可，有 A_2^2 种方法，所以 $n(A \cap C) = C_3^1 A_2^2 = 6$ ，故 $P(A \cap C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ，

所以 $P(A \cap C) = P(A)P(C)$ ，从而 A 与 C 相互独立，故 C 项正确；

D 项，若事件 B 发生，则直接从 4 门课中选 2 门给甲，有 C_4^2 种选法，余下的 2 门给乙，只有 1 种方法，

所以 $n(B) = C_4^2 = 6$ ，故 $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ，

再看 $B \cap C$ 的情况，若事件 C 发生了，则甲和乙只有 3 门课程可选，他们的课程不可能完全不同，所以 B 不会发生，故 $B \cap C = \emptyset$ ，所以 $P(B \cap C) = 0 \neq P(B)P(C)$ ，从而 B 与 C 不独立，故 D 项错误。

答案：C

【总结】判断事件是否互斥、对立、独立，若样本点个数不多，则可罗列样本点，结合互斥、对立、独立的定义来进行判断；若样本点个数多，则可用排列组合的方法来分析各事件包含的样本点个数。

类型 III：用对立事件求概率

【例 6】为了推广一种新饮料，某饮料生产企业开展了有奖促销活动：将 8 罐这种饮料装一箱，每箱中都放置 3 罐能中奖的饮料。若从一箱中随机抽出 2 罐，能中奖的概率为_____。

解析：能中奖包含抽到 1 罐或 2 罐中奖饮料，其对立事件为 2 罐都不中奖，故对立事件更简单，

由题意，能中奖的概率 $P = 1 - \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{9}{14}$ 。

答案： $\frac{9}{14}$

【变式】甲、乙、丙三人射击命中目标的概率分别是 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ ，现三人同时射击目标，则目标被击中的概率为（ ）

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{23}{24}$

解析：目标被击中表示甲、乙、丙三人至少有 1 人击中，可能的情形较多，其对立事件只有三人均未击中 1 种情况，故用对立事件求概率更简单，

由题意，目标被击中的概率 $P=1-(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{2}{3})\times(1-\frac{3}{4})=\frac{23}{24}$.

答案：D

【总结】当事件 A 包含的情况较多，而其对立事件 \bar{A} 的情形较少，则可用 $P(A)=1-P(\bar{A})$ 来求 A 的概率；至多、至少是使用对立事件求概率的常见标志用语。

类型IV：由加法公式和乘法公式求概率

【例 7】若 $P(A)=0.2$ ， $P(B)=0.4$ ，且 A 与 B 相互独立，则 $P(AB)=$ _____.

解析：求相互独立事件同时发生的概率，可用内容提要第 4 点的公式，

因为 A 与 B 相互独立，所以 $P(AB)=P(A)P(B)=0.2\times 0.4=0.08$.

答案：0.08

【变式 1】某市场供应的电子产品中，甲厂产品的合格率为 90%，乙厂产品的合格率是 80%，若从该市场供应的电子产品中任意购买甲厂、乙厂的电子产品各一件，则这两件产品中恰有一件合格品的概率是_____.

解析：设这两件产品中，甲厂产品是合格品为事件 A ，乙厂产品是合格品为事件 B ，恰有一件合格品为事件 C . 则 C 有两种情况：甲厂合格乙厂不合格，甲厂不合格乙厂合格，用符号表示分别为 $A\bar{B}$ ， $\bar{A}B$ ，由于 $A\bar{B}$ 与 $\bar{A}B$ 互斥，所以 $P(C)=P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)$ ，

由题意可分析出 A ， B 相互独立，于是 \bar{A} 与 B ， A 与 \bar{B} ， \bar{A} 与 \bar{B} 也都相互独立，

故 $P(C)=P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)=P(A)P(\bar{B})+P(\bar{A})P(B)=0.9\times(1-0.8)+(1-0.9)\times 0.8=0.26$.

答案：0.26

【变式 2】近年来，部分高校根据教育部相关文件规定开展基础学科招生改革试点（也称强基计划），假设甲、乙、丙三人通过强基计划的概率分别为 $\frac{4}{5}$ ， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ ，且通过与否彼此没有影响，那么三人中恰有两人通过强基计划的概率为_____.

解析：先分析恰有两人通过有几种情况，为了方便阐述，设一些字母来表示事件，

设甲、乙、丙通过强基计划分别为事件 A ， B ， C ，则 A ， B ， C 相互独立，

设三人中恰有两人通过强基计划为事件 D . 则 D 有三种可能：甲乙通过丙不通过，甲丙通过乙不通过，乙丙通过甲不通过，用符号表示分别为 $ABC\bar{C}$ ， $A\bar{B}C$ ， $\bar{A}BC$ ，

因为 $ABC\bar{C}$ ， $A\bar{B}C$ ， $\bar{A}BC$ 互斥，所以 $P(D)=P(ABC\bar{C})+P(A\bar{B}C)+P(\bar{A}BC)$

$=P(A)P(B)P(\bar{C})+P(A)P(\bar{B})P(C)+P(\bar{A})P(B)P(C)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times(1-\frac{3}{4})+\frac{4}{5}\times(1-\frac{3}{4})\times\frac{3}{4}+(1-\frac{4}{5})\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{33}{80}$.

答案： $\frac{33}{80}$

【总结】在求复杂事件概率时，常根据该事件发生的不同方法，将其拆分成几个互斥事件的并事件，分别求概率再相加. 而求每一种发生方法的概率时，可能又需用到独立事件的乘法公式 $P(AB) = P(A)P(B)$.

强化训练

类型 I：古典概率与独立事件的判断

1. (2023·甘肃天水模拟·★★) 从 2, 3, 4, 9 中任取两个不同的数，分别记为 a, b ，则 $\log_a b = 2$ 的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

2. (2023·重庆一模·★★) 某人有 1990 年北京亚运会吉祥物“盼盼”，2008 年北京奥运会吉祥物“贝贝”、“晶晶”、“欢欢”、“迎迎”、“妮妮”，2010 年广州亚运会吉祥物“阿祥”、“阿和”、“阿如”、“阿意”、“乐羊羊”，2022 年北京冬奥会吉祥物“冰墩墩”，2022 年杭州亚运会吉祥物“琮琤”、“莲莲”、“宸宸”，若他从这 15 个吉祥物中随机取出两个，这两个吉祥物都是来自在北京举办的运动会的概率是 ()

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$

3. (2023·上海模拟·★★) 狂欢节期间，动漫社制作了各不相同的原神海报和方舟海报各 5 张组成一套，凡买一杯奶茶可以从这一套海报中随机抽取 4 张作为奖励，某原神粉丝参加抽奖，他从一套海报中抽到原神海报不少于两张的概率为_____.

4. (2023·四川绵阳二诊·★★★★) 寒假来临，秀秀将从《西游记》、《童年》、《巴黎圣母院》、《战争与和平》、《三国演义》、《水浒传》这六部著作中选四部（其中国外两部，国内两部），每周看一部，连续四周看完，则《三国演义》与《水浒传》被选中且在相邻两周看完的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

5. (2023·四川成都模拟·★★) 口袋中装有编号为①、②的 2 个红球和编号为①、②、③、④、⑤的 5 个黑球, 小球除颜色、编号外, 形状、大小完全相同. 现从中取出 1 个小球, 记事件 A 为“取到的小球的编号为②”, 事件 B 为“取到的小球是黑球”, 则下列说法正确的是 ()

- (A) A 与 B 互斥 (B) A 与 B 对立 (C) $P(A \cap B) = \frac{6}{7}$ (D) $P(A \cup B) = \frac{6}{7}$

6. (2023·吉林模拟·★★) 掷一颗质地均匀的骰子, 记随机事件 $A_i =$ “向上的点数为 i ”, 其中 $i=1,2,3,4,5,6$, $B =$ “向上的点数为奇数”, 则下列说法正确的是 ()

- (A) \bar{A}_1 与 B 互斥 (B) $A_2 + B = \Omega$ (C) A_3 与 \bar{B} 相互独立 (D) $A_4 \cap B = \emptyset$

《一数·高考数学核心方法》

7. (2023·全国模拟·★★★★) 一个质地均匀的正四面体木块的四个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 连续抛掷这个正四面体木块两次, 记录每次朝下的面上的数字, 设事件 A 为“两次记录的数字之和为奇数”, 事件 B 为“第一次记录的数字为奇数”, 事件 C 为“第二次记录的数字为偶数”, 则下列结论正确的是 ()

- (A) 事件 B 与事件 C 是对立事件 (B) 事件 A 与事件 B 不是相互独立事件
 (C) $P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8}$ (D) $P(ABC) = \frac{1}{8}$

类型 II: 独立事件的概率计算

8. (★★) 甲、乙两人独立地解同一问题, 甲解决这个问题的概率是 p_1 , 乙解决这个问题的概率是 p_2 , 那么恰好有 1 人解决这个问题的概率是 ()

- (A) $p_1 p_2$ (B) $p_1(1-p_2) + p_2(1-p_1)$ (C) $1-p_1 p_2$ (D) $1-(1-p_1)(1-p_2)$

9. (2020·天津卷·★★) 已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，假定两球是否落入盒子互不影响，则甲、乙两球都落入盒子的概率为_____；甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为_____.

10. (★★) 甲、乙、丙、丁 4 个足球队参加比赛，假设每场比赛各队取胜的概率相等，现任意将这 4 个队分成两个组（每组两个队）进行比赛，胜者再赛，则甲、乙相遇的概率为（ ）

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

11. (2023·江西模拟·★★★★) 若甲、乙、丙在 10 分钟之内独立复原魔方的概率分别为 0.7, 0.6, 0.5，则甲、乙、丙至多有一人在 10 分钟之内独立复原魔方的概率为（ ）

- (A) 0.26 (B) 0.29 (C) 0.32 (D) 0.35

《一数·高考数学核心方法》

12. (2023·江苏模拟·★★★★) 甲、乙两队进行篮球比赛，采取五场三胜制（先胜三场者获胜，比赛结束），根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“客客主主客”，设甲队主场取胜的概率为 0.5，客场取胜的概率为 0.4，且各场比赛相互独立，则甲队在 0:1 落后的情况下，最终获胜的概率为（ ）

- (A) 0.24 (B) 0.25 (C) 0.2 (D) 0.3

13. (2022·广东佛山模拟·★★★★) 如图，电路从 A 到 B 上共连接了 6 个开关，每个开关闭合的概率都为 $\frac{2}{3}$ ，若每个开关是否闭合相互之间没有影响，则从 A 到 B 通路的概率是（ ）

- (A) $\frac{10}{27}$ (B) $\frac{100}{243}$ (C) $\frac{448}{729}$ (D) $\frac{40}{81}$



